Seconde 2 011 – 2 012	**Probabilités et problèmes** ***Eléments de correction de quelques exercices du livre***	***page n° 1***

<u>Vérifier les acquis</u> :

<u>Exercice n° 1 p. 240</u> :

a) Les issues possibles sont : 1, 2, 3 et 4.

b) La probabilité d'obtenir le numéro 1 est : $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

c) Tableau :

Issue	1	2	3	4	Total
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	1

<u>Exercice n° 2 p. 240</u> :

a) Tableau :

Somme		Sac rouge		
		1	2	3
Sac bleu	0	1	2	3
	1	2	3	4
	2	3	4	5
	3	4	5	6

Les issues sont : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

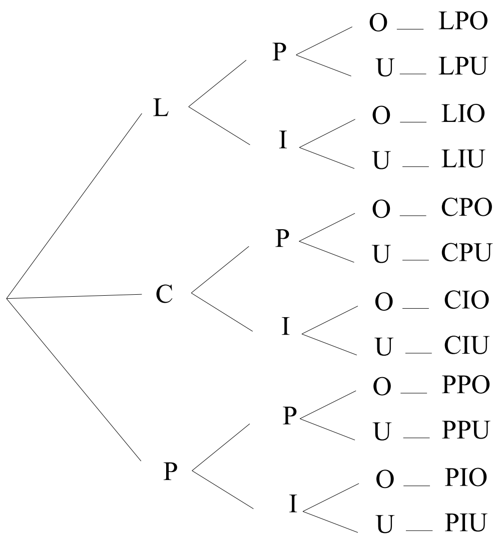
b) La probabilité d'obtenir une somme égale 2 est : $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

La probabilité d'obtenir une somme égale 4 est : $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

L'événement le plus probable est "Obtenir une somme égale à 4".

<u>Exercice n° 3 p. 240</u> :

a) Arbre : voir ci-contre.



b) La probabilité d'obtenir le mot CIO est : $\frac{1}{12}$

<u>Exercice n° 4 p. 240</u> :

a) La probabilité de l'événement A est : $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$;

la probabilité de l'événement B est : $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

b) Non, les deux événements A et B ne peuvent pas se réaliser en même temps.

<u>Exercice n° 5 p. 240</u> :

a) La probabilité de l'événement A est : $\frac{19}{100}$ = 0,19.

b) L'événement contraire est : "Le chiffre 9 ne figure pas dans le numéro".
Sa probabilité est : 1 - 0,19 = 0,81.

Exercices de base :

Exercice n° 3 p. 248 :

$1-\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{12}{12}-\frac{3}{12}-\frac{4}{12}=\frac{5}{12}$ On obtient le tableau suivant :

Issue	1	2	3	Total
Probabilité	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	1

Exercice n° 4 p. 248 :

Probabilité que l'aiguille s'arrête en zone A : $\frac{120}{360}=\frac{1}{3}$. On obtient le tableau suivant :

Issue	A	6
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Exercice n° 5 p. 248 :

Déterminons l'ensemble des possibilités à l'aide d'un tableau à double entrée :

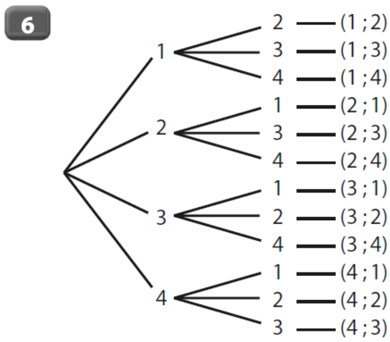
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	9
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

On obtient le tableau ci-dessous :

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

Exercice n° 6 p. 248 :

Chaque issue a pour probabilité $\frac{1}{12}$



Exercice n° 7 p. 248 :

$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$

Puisque $p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5)$ et $p(6) = 0,3$, on en déduit :
$5\,p(1) + 0,3 = 1$, d'où : $5\,p(1) = 0,7$, donc $p(1) = 0,14$.

Exercice n° 10 p. 249 :

a)

Issue	1	2	3	4
Probabilité	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

b) $p(A) = \frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$; $p(B) = \frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{7}{10}$

Exercice n° 11 p. 249 :

$p(A)$ = 39 % + 6 % = 45 % = 0,45

$p(Rh+)$ = 37 % + 39 % + 7 % + 2 % = 85 % = 0,85

$p(AB-)$ = 1 % = 0,01

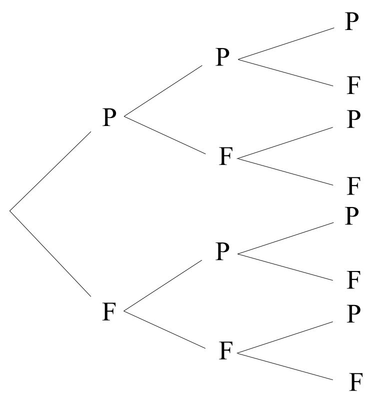
Exercice n° 12 p. 249 :

$p(A) = \frac{8}{32}=\frac{1}{4}$ $p(\mathrm{B}) = \frac{4}{32}=\frac{1}{8}$

Exercice n° 14 p. 249 :

a) Un arbre permet de trouver l'ensemble des huit issues.

E = {PPP ; PPF ; PFP ; PFF ; FPP ; FPF ; FFP ; FFF }

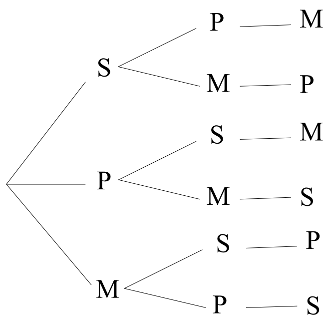


b) On obtient le tableau ci-dessous :

Issue	PPP	PPF	PFP	PFF	FPP	FPF	FFP	FFF
Probabilité	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

c) $p(A) = \frac{3}{8}$ $p(B) = \frac{3}{8}$ $p(C) = \frac{1}{8}$

Exercice n° 16 p. 249 :



Un arbre permet de trouver les six issues :

SPM ; SMP ; PSM ; PMS ; MSP ; MPS

Probabilité de l'événement

"La moutarde est placée entre le poivre et le sel"

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Exercice n° 19 p. 250 :

a) A = { 1 } ; B = { 3 ; 4 ; 5 ; 6 } ; C = { 2 ; 4 ; 6 }

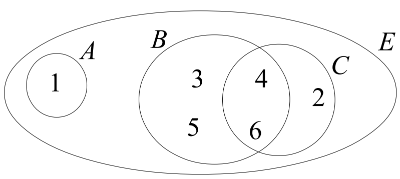


Diagramme de Venn : voir ci-contre

b) $A \cup B$ = { 1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 }

$B \cap C$ = { 4 ; 6 }

$p(A) = \frac{1}{6}$; $p(B) = \frac{4}{6}=\frac{2}{3}$; $p(C) = \frac{3}{6}=\frac{1}{2}$; $p(A \cup B) = \frac{5}{6}$; $p(B \cap C) = \frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

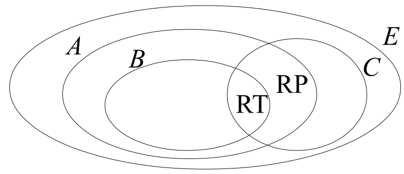
Exercice n° 20 p. 250 :

a) $A \cap C$: "Obtenir un roi de couleur noire"

$B \cap C$: "Obtenir le roi de trèfle"

b) B est un sous-ensemble de A : $B \subset A$

c) Diagramme : voir ci-contre

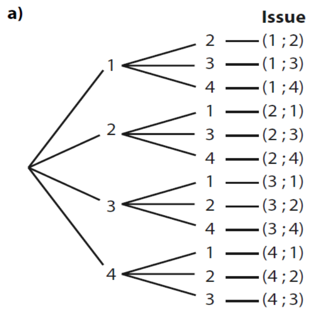


d) $p(A) = \dfrac{16}{32} = \dfrac{1}{2}$ $\quad p(B) = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4}$ $\quad p(C) = \dfrac{4}{32} = \dfrac{1}{8}$

$p(A \cap C) = \dfrac{2}{32} = \dfrac{1}{16}$ $\quad p(B \cap C) = \dfrac{1}{32}$ $\quad p(A \cup B) = p(A) = \dfrac{16}{32} = \dfrac{1}{2}$

Exercice n° 21 p. 250 :

a) Arbre : voir ci-contre



b) $A = \{ (2 ; 1) ; (2 ; 3) ; (2 ; 4) \}$

$B = \{ (1 ; 4) ; (2 ; 3) ; (3 ; 2) ; (4 ; 1) \}$

c) $A \cap B = \{ (2 ; 3) \}$

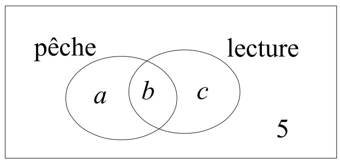
d) $p(A) = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$ $\quad p(B) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$ $\quad p(A \cap B) = \dfrac{1}{12}$

e) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{12} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

$A \cup B = \{ (1 ; 4) ; (2 ; 1) ; (2 ; 3) ; (2 ; 4) ; (3 ; 2) ; (4 ; 1) \}$ d'où $p(A \cup B) = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

Exercice n° 23 p. 250 :

On peut représenter la situation par un diagramme :



D'après le texte : $a + b = 10$; $b + c = 8$; $a + b + c = 15$

La première et troisième équation donnent par soustraction membre à membre :

$c = 5$

On en déduit : $b + 5 = 8$, d'où : $b = 3$. Puis : $a + 3 = 10$, d'où : $a = 7$.

a) Probabilité que la personne s'intéresse à l'une au moins des activités : $\dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{4}$

b) Probabilité que la personne s'intéresse aux deux activités : $\dfrac{3}{20}$

Autre méthode :

$p(A) = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$; $p(B) = \dfrac{8}{20} = \dfrac{2}{5}$ et $p(\overline{A \cup B}) = \dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{4}$

a) $p(A \cup B) = 1 - p(\overline{A \cup B}) = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$

b) $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{5} - \dfrac{3}{4} = \dfrac{10}{20} + \dfrac{8}{20} - \dfrac{15}{20} = \dfrac{3}{20}$

Exercice n° 24 p. 250 :

a) $p(A) = 0{,}19$; $p(B) = 0{,}19$

b) $A \cap B$ est réalisé par les issues : 09 et 90

$p(A \cap B) = 0{,}02$

c) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}19 + 0{,}19 - 0{,}02 = 0{,}36$

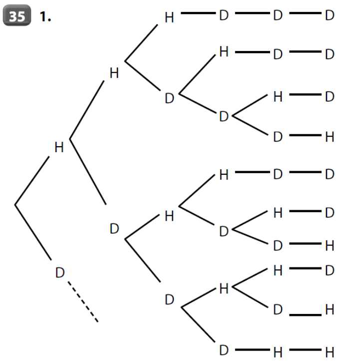
Raisonner :

Exercice n° 34 p. 253 :

34 A : « La première salle S_1 est occupée »
B : « La deuxième salle S_2 est occupée »
$P(A) = P(B)$; $P(A \cup B) = 0{,}9$; $P(A \cap B) = 0{,}5$.
a) $P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B)$
$= 1{,}4$
donc $P(A) = P(B) = 0{,}7$. Alors $P(\overline{A}) = 0{,}3$.
b) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0{,}1$.
c) $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 0{,}5$.
d) $P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{B} \cap A) = 0{,}2 + 0{,}2 = 0{,}4$.

Exercice n° 35 p. 253 :

35 1.



Il y a donc 20 chemins de A vers B.
2. a) X : « Le chemin passe par M »
Y : « Le chemin passe par N »
$P(X) = \frac{1}{2}$ et $P(Y) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.
b) $P(X \cap Y) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.
c) $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$
$= \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$.

Exercice n° 36 p. 253 :

a) Nombre d'octets différents : $2^8 = 256$

b) Probabilité de l'événement A : "Les deux premiers chiffres sont égaux à 1" : $\frac{2^6}{2^8} = \frac{1}{4}$

Probabilité de l'événement B : "Le dernier chiffre est égal à 0" : $\frac{2^7}{2^8} = \frac{1}{2}$

c) Probabilité de l'événement $A \cap B$: $\frac{2^5}{2^8} = \frac{1}{8}$

d) Probabilité de l'événement $A \cup B$: $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

Exercice n° 37 p. 253 :

a) $p(A) = \frac{4}{25}$ b) $p(B) = \frac{13}{25}$ c) $p(C) = \frac{9}{25}$

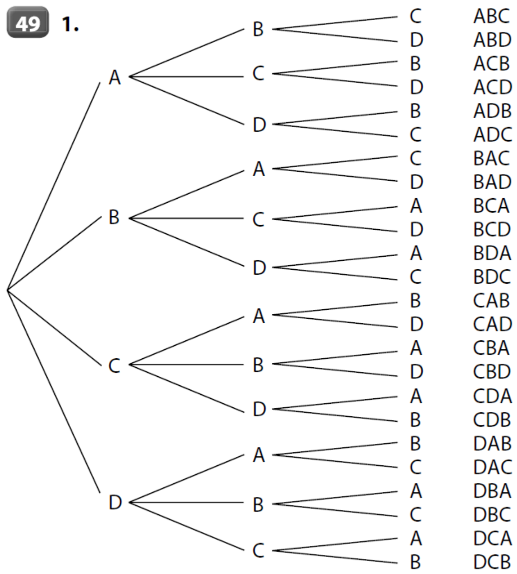
Exercice n° 52 p. 257 :

52 $P(C) = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$, $P(F) = \frac{7}{35} = \frac{1}{5}$ et $P(\overline{C \cup F}) = \frac{12}{35}$.
a) $P(C \cup F) = 1 - P(\overline{C \cup F})$
$= \frac{23}{35}$.
b) $P(C \cap F) = P(C) + P(F) - P(C \cup F)$
$= \frac{4}{35}$.

<u>Pour réviser</u> :

<u>Exercice n° 49 p. 257</u> :

49 **1.**



2. $P(E) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$;

$P(F) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

3. a) $E \cap F$ est réalisé par les issues : BAD, BDA.

b) Donc $P(E \cap F) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

4. $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F) = \frac{5}{12}$.

<u>Exercice n° 53 p. 258</u> :

a) Un tableau à double entrée permet de déterminer les différents résultats : (plus simple qu'un arbre)

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

b) Probabilité que le joueur perde la partie (nombre pair) : $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$

Probabilité que le joueur gagne (nombre impair) : $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

<u>Exercice n° 55 p. 258</u> :

Obtenir 6 avec les deux dés tétraédriques : 0 + 6 ; 1 + 5 ; 2 + 4 ; 3 + 3. Probabilité d'obtenir 6 : $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

Obtenir six avec les sept numéros visibles : 0 + 0 + 0 + 1 + 1 + 2 + 2 Probabilité d'obtenir 6 : $\frac{3}{8}$

Il vaut mieux lancer le dé octaédrique et faire la somme des sept numéros visibles.

<u>Exercice n° 61 p. 259</u> :

Nombres de possibilités : $2^{10} = 1\,024$.

Pour qu'il y ait ballotage, il faut que chaque candidat ait 5 voix.

Les résultats sont du type : AAAAABBBBB (au nombre de permutation près)

$\frac{10\,!}{5\,!\,5\,!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$ = 2 x 9 x 2 x 7 = 252

Probabilité qu'il y ait ballotage : $\frac{252}{1\,024} = \frac{63}{256}$ $\approx 0{,}246$