

1) Loi de probabilité sur un ensemble fini :

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs issues (ou résultats) possibles et que l'on ne peut prévoir ni calculer laquelle de ces issues sera réalisée.

On note : $E = \{x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n\}$ l'ensemble des issues d'une expérience aléatoire.

Exemple :

On lance un dé cubique dont les faces sont numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6 et on lit le numéro porté sur la face supérieure.

L'ensemble des issues est : $E = \{$

Définir une **loi de probabilité** sur E , c'est associer à chaque issue x_i un nombre p_i , positif ou nul, de telle façon que $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$. Ce nombre p_i est appelé **probabilité** de l'issue x_i .

Exemple :

Si le dé précédent est équilibré, on considère que chaque face a autant de chances qu'une autre d'apparaître.

On obtient le tableau ci-dessous :

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Dans le cas où l'on associe à chacune des n issues d'une expérience aléatoire la même probabilité p ,

on parle de **loi équirépartie**. On a alors : $p = \frac{1}{n}$.

2) Notion d'événement :

Un événement est une **partie** (ou un sous-ensemble) de l'ensemble E des issues d'une expérience aléatoire.

Dire qu'une issue a de l'expérience aléatoire réalise l'événement A signifie que a est un élément de l'ensemble A ; on note $a \in A$.

\emptyset est appelé **événement impossible**, aucune issue ne le réalise.

E est appelé **événement certain**, toutes les issues le réalisent.

Exemple :

On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6.

L'événement A : "obtenir un nombre pair" s'écrit : $A = \{2 ; 4 ; 6\}$

L'événement B : "obtenir un multiple de 3" s'écrit : $B = \{3 ; 6\}$

L'événement "Obtenir 7" est l'événement **impossible**

L'événement "Obtenir un résultat inférieur ou égal à 6" est l'événement **certain**

3) Probabilité d'un événement :

La probabilité d'un événement A est la **somme** des probabilités des issues qui le réalisent. On la note $p(A)$.

Aucun événement ne réalise l'événement impossible, donc $p(\emptyset) = 0$.

L'événement certain est réalisé par chacune des issues de E , donc $p(E) = 1$

Pour tout événement A : $0 \leq p(A) \leq 1$.

Dans une loi équirépartie, la probabilité d'un événement A est donnée par :

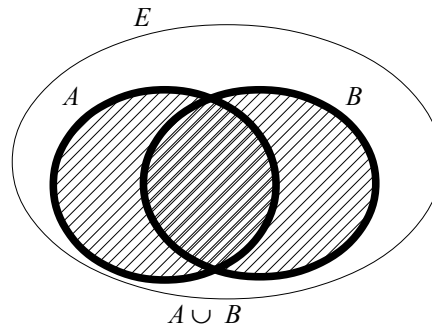
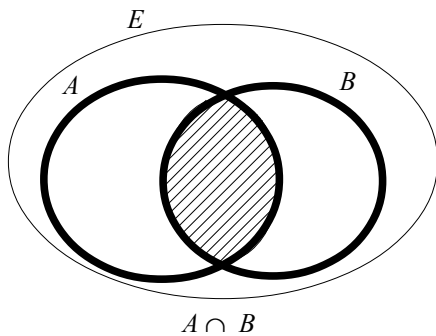
$$p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$$

Exemple :

On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6.

L'événement A : "obtenir un nombre pair" a pour probabilité : $p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

4) **Intersection et réunion d'événements :**



A et B sont deux événements.

L'**intersection** de A et de B est l'événement, noté $A \cap B$, formé des issues qui réalisent à la fois l'événement A et l'événement B .

La **réunion** de A et de B est l'événement, noté $A \cup B$, formé des issues qui réalisent à la fois l'événement A ou l'événement B , c'est-à-dire au moins l'un des deux.

Pour tous les événements A et B : $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Exemple :

On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6.

On considère les événements :

A : "On obtient un nombre pair" : $A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$

B : "On obtient un multiple de 3" : $B = \{ 3 ; 6 \}$

$$A \cap B = \{ 6 \}$$

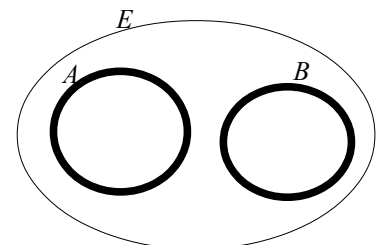
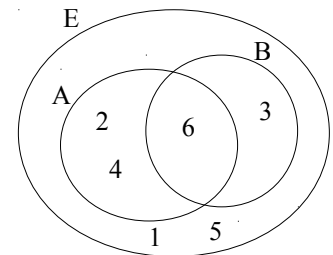
$$A \cup B = \{ 2 ; 3 ; 4 ; 6 \}$$

$$p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$p(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$p(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



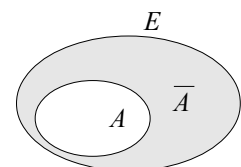
Si A et B sont incompatibles, c'est-à-dire lorsque $A \cap B = \emptyset$, alors : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.

5) **Événement contraire :**

L'événement contraire d'un événement A est formé des issues qui ne réalisent pas A .

On le note \bar{A} .

Pour tout événement A : $p(A) + p(\bar{A}) = 1$.



Exemple :

On lance un dé à six faces numérotées de 1 à 6.

On considère l'événement : A : "On obtient un nombre inférieur ou égal à 2" :

$$A = \{ 1 ; 2 \}$$

$$\bar{A} = \{ 3 ; 4 ; 5 ; 6 \}$$

$$p(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$p(\bar{A}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$